□14□ □□□□□□□□

□□□□□

1□□2021·□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax\ln x$

□1□□$a=1$□□□□$f(x)$□□□□□□

□2□□$g(x)=f'(x)+x-(a^2+a)$□□□□□□□□□□□a□□□□□.

2□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{ax}{e^{2x}}+a$□$e=2.71828\cdots$□□□□□□□□$a\in R$□$a\neq 0$□.

□1□□$f(x)$□□□□□□

□2□□$x=2$□□□$g(x)=xe^xf(x)-axe^x+\frac{1}{2}x^2-2x$□$[0,+\infty)$□□□□□□□□□□□□$a$□□□□□

□3□□□□$h(x)=|\ln x|-\frac{1}{a}f(x)-a+1$□□□□□□□□□□□□$a$□□□□□.

3□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-1-ax, g(x)=\ln\frac{1}{x}-a-1(a\in R)$□

□1□□□□□□$f(x)$□□□□□□

□2□□□$x\geq 1$□□□x□□□$f(x)=g(x)+e$□□□□□□□□□□□□□□a□□□□□□

4□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=xe^x-2ax+a$.

□1□□$a=4$□□□$f(x)$□$(1,f(1))$□□□□□□□

□2□□$g(x)=2e^x-ax^2$□□$h(x)=f(x)-g(x)$□□□□□□□a□□□□□.

5□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-ax^2-bx-1$□□□$a,b\in R$□$e=2.71828\cdots$□□□□□□□□.

□I□□$g(x)$□□□$f(x)$□□□□□□□□$g(x)$□□□$[0,1]$□□□□□□

□II□□$f(1)=0$□□□$f(x)$□□□$(0,1)$□□□□□□a□□□□□

6□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□$f(x)=\mathrm{e}^{x}-ax$□

□1□□□□$y=f(x)$□□□□□□a□□□□□

□2□□$x\geq 0$□$f(x)\geq 2-\cos x$□□a□□□□□

7□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=x\mathrm{e}^{x}-ax^{2}-2ax$.

□1□□□$f(x)$□□□□

□2□□$f(x)$□□□□□□□a□□□□.

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□$f(x)=e^{x}\sin x$□e□□□□□□□□$f'(x)$□$f(x)$□□□□

□1□□□□$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□$f(x)+(x-\pi)\cdot f'(x)\geq 0$□

□2□□$g(x)=f(x)-ax$□□$0<a<3$□□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□□□$e^{\frac{\pi}{2}}\approx 4.8$□

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=-\frac{k}{2}x^{2}+(x-1)e^{x}$□□□$k\in\mathbf{R}$□

□1□□$k=0$□□□□$f(x)$□$(1,0)$□□□□□□

□2□□□$f(x)$□□□□□

□3□□$k\leq 0$□□□□□$f(x)$□□□□.

10□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\frac{a(x-1)}{x}+\ln x$□

□1□□□□$f(x)$□□□□

□2□□$a<-1$□□□□□□$f(x)$□□□□□□

11□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□$f(x)=xe^{x}-2ax+a\ (a\in R)$□

(1) 当$a=0$时，求$f(x)$在$[-2,2]$上的最值；

(2) 设$g(x)=2e^x-ax^2$，若$h(x)=f(x)-g(x)$有两个零点，求a的取值范围.

12.（2021·广东东莞·高二期末）已知函数$f(x)=x^2-x-x\ln x$，$g(x)=x^3-3ax+e$.

(1) 证明$f(x)\geq 0$恒成立；

(2) 用$\max\{m,n\}$表示m，n中的最大值.已知函数$h(x)=\frac{f(x)}{x}-x+2$，记函数$\varphi(x)=\max\{h(x),g(x)\}$，若函数$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上恰有2个零点，求实数$a$的取值范围.

13.（2021·湖北孝感·高二期末）已知函数$f(x)=\ln x-x+2\sin x$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数.

(1) 设$g(x)=f'(x)$，求证：$g(x)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$上存在唯一零点；

(2) 求证：$f(x)$在$(0,\pi)$有且仅有两个不同的零点.

14.（2021·重庆八中高三月考）已知函数$f(x)=(x+1)\ln(x+1)-(x+1-m)\ln x$的导函数为$f'(x)$.

(1) 当$m=0$时，求证：$f'(x)<0$；

(2) 若$f(x)$只有一个零点，求m的取值范围.

15.（2021·全国·高三专题练习（文））已知函数$f(x)=\ln(x+m)-xe^{-x}$.

(1) 若$f(x)$的图象在点$(1,f(1))$处的切线与直线$x-2y=0$平行，求m的值；

(2) 在（1）的条件下，证明：当$x>0$时，$f(x)>0$；

(3) 当$m>1$时，求$f(x)$的零点个数.

16.（2021·江西·南昌市豫章中学高三开学考试（文））已知函数$f(x)=\ln x$，$g(x)=x-2\sin x$.

□1□□ $g(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□

□2□□□□ $h(x)=f(x)-g(x)$ □ $(0,2\pi)$ □□□□□□□□□

17□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x$.

□1□□ $a=1$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $(1,f(1))$ □□□□□□□

□2□□ $a<1$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□.